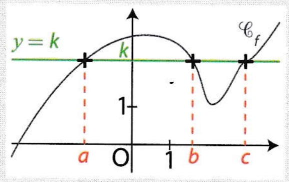
FICHE 64 Résolutions graphiques

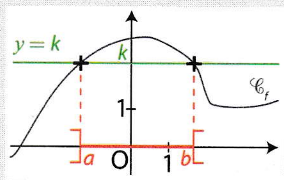
▸ Dans un repère, $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ sont les courbes représentatives de deux fonctions f et g. Les solutions de :

- l'équation $\boldsymbol{f(x) = k}$ sont les **abscisses** des points d'intersection de la droite d'équation $y = k$ et de la courbe $\mathscr{C}_f$.



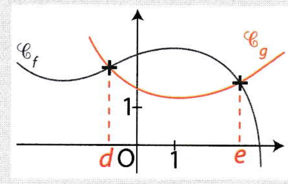
$\mathscr{S} = \{a\,;b\,;c\}$.

- l'inéquation $\boldsymbol{f(x) > k}$ sont les **abscisses** des points de la courbe $\mathscr{C}_f$ situés au-dessus de la droite d'équation $y = k$.



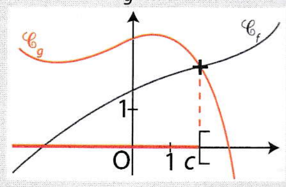
$\mathscr{S} =]a\,;b[$.

- l'équation $\boldsymbol{f(x) = g(x)}$ sont les **abscisses** des points d'intersection des courbes $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$.



$\mathscr{S} = \{d\,;e\}$.

- l'inéquation $\boldsymbol{f(x) < g(x)}$ sont les **abscisses** des points de la courbe $\mathscr{C}_f$ situés au-dessous de la courbe $\mathscr{C}_g$.



$\mathscr{S} =]-\infty\,;c[$

Deux calculs

- Calculer mentalement $A = 9 \times \sqrt{0{,}49} - 10$.

$A = 9 \times 0{,}7 - 10 = 6{,}3 - 10 = -3{,}7$

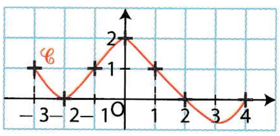
- $x \in \mathbb{R}, y \in \mathbb{R}$ et $2x + 3y = 1$. Exprimer y en fonction de x.

$3y = 1 - 2x$ c'est-à-dire $y = \dfrac{1-2x}{3} = \dfrac{1}{3} - \dfrac{2}{3}x$

★

1 f est la fonction définie sur $[-3\,;4]$ par la courbe $\mathscr{C}$ dans le repère ci-contre.

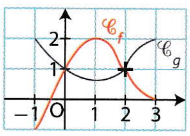
Résoudre graphiquement les équations :



a. $f(x) = 0$ **b.** $f(x) = 1$ **c.** $f(x) = 2$

a. Les solutions de l'équation sont -2 ; 2 et 4.
b. Les solutions de l'équation sont -3 ; -1 et 1.
c. La solution de l'équation est 0.

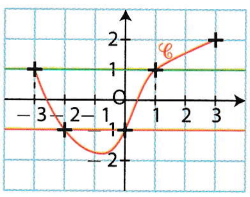
2 Dans le repère ci-contre, $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ sont les courbes représentatives des fonctions f et g définies sur $[-1\,;3]$.



Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = g(x)$.

$\mathscr{S} = \{0\,;2\}$.

3 f est la fonction définie sur l'intervalle $[-3\,;3]$ par la courbe $\mathscr{C}$ dans le repère ci-contre.

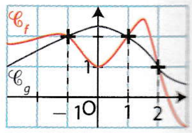


Résoudre graphiquement les inéquations :

a. $f(x) < -1$ **b.** $f(x) \geqslant 1$

a. $\mathscr{S} =]-2\,;0[$.
b. $\mathscr{S} = [1\,;3]$.

4 Dans le repère ci-contre, $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ sont les courbes représentatives des fonctions f et g définies sur l'intervalle $[-3\,;3]$.

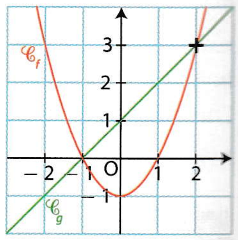


Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) > g(x)$.

$\mathscr{S} =]-3\,;-1[\cup]1\,;2[$

★★

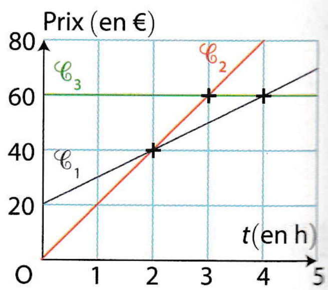
5 Dans le repère ci-contre, $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ sont les courbes représentatives des fonctions f et g définies sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 - 1$ et $g(x) = x + 1$.



1. a. Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = g(x)$.
b. Vérifier ces résultats par le calcul.
2. Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) > g(x)$.

1. a. $\mathscr{S} = \{-1\,;2\}$.
b. • $f(-1) = (-1)^2 - 1 = 0$ et $g(-1) = -1 + 1 = 0$.
Donc $f(-1) = g(-1)$.
• $f(2) = 2^2 - 1 = 3$ et $g(2) = 2 + 1 = 3$.
Donc $f(2) = g(2)$.
2. $\mathscr{S} =]-\infty\,;-1[\cup]2\,;+\infty[$.

6 Voici les courbes représentatives $\mathscr{C}_1, \mathscr{C}_2, \mathscr{C}_3$ de trois fonctions P_1, P_2, P_3 qui à une durée t, en h, de location d'un paddle, associe le montant de la location, en €, chez trois loueurs.



a. Pour quelles durées, le tarif P_1 est-il le plus intéressant ?

Entre 2 h et 4 h de location.

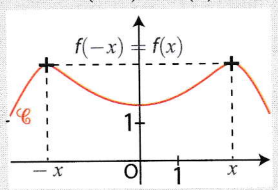
b. Pour quelles durées, le tarif P_2 est-il le plus intéressant ?

Pour moins de 2 h de location.

FICHE 65 Parité d'une fonction

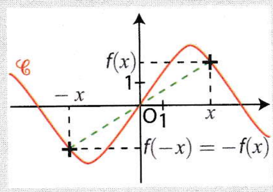
▸ Dire qu'un ensemble D est symétrique par rapport à 0 signifie que pour tout x de D, $-x$ appartient à D.
Dans un repère orthonormé, $\mathscr{C}$ est la courbe représentative d'une fonction f définie sur un ensemble D symétrique par rapport à 0.

- f est une **fonction paire** lorsque pour tout x de D,
$$f(-x) = f(x).$$



$\mathscr{C}$ est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées.

- f est une **fonction impaire** lorsque pour tout x de D,
$$f(-x) = -f(x).$$



$\mathscr{C}$ est symétrique par rapport à l'origine du repère.

Deux calculs

- Calculer $A = 2t^2 - \dfrac{27}{t}$ (avec $t \neq 0$) pour $t = -3$.

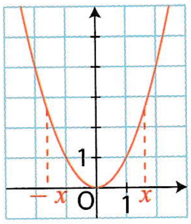
$A = 2 \times (-3)^2 - \dfrac{27}{-3} = 2 \times 9 - (-9) = 18 + 9 = 27$

- Un carré a pour coté a (avec $a > 0$). Exprimer la longueur d de sa diagonale en fonction de a.

$d^2 = a^2 + a^2 = 2a^2$ c'est-à-dire $d = a\sqrt{2}$

★

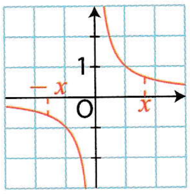
1 Voici dans le repère orthonormé ci-contre, la courbe représentative de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2$.



a. Compléter : pour tout nombre réel x,
$f(-x) = (-x)^2 = x^2$.
b. Que peut-on dire pour la fonction f ?
c. Quelle propriété géométrique de la parabole retrouve-t-on ainsi ?

b. $\mathbb{R}$ est symétrique par rapport à 0 et pour tout x, $f(-x) = f(x)$ donc f est une fonction paire.
c. La parabole est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées.

2 Voici dans le repère ci-contre la courbe représentative de la fonction g définie sur $\mathbb{R}^*$ par $g(x) = \dfrac{1}{x}$.



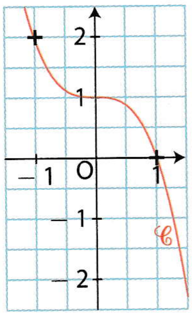
a. Compléter : pour tout nombre réel $x \neq 0$, $g(-x) = \dfrac{1}{-x} = -\dfrac{1}{x}$
b. Que peut-on dire alors pour la fonction g ?
c. Quelle propriété géométrique de l'hyperbole retrouve-t-on ainsi ?

b. $\mathbb{R}^*$ est symétrique par rapport à 0 et pour tout $x \neq 0$, $g(-x) = -g(x)$ donc g est une fonction impaire.
c. L'hyperbole est symétrique par rapport à l'origine du repère.

3 f est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :
$$f(x) = -x^2 + 2x + 3.$$
a. Calculer les images de 1 et de -1 par f.
b. Que peut-on en déduire pour la parité de la fonction f ?

a. $f(1) = 4$ et $f(-1) = 0$.
b. • $f(-1) \neq f(1)$ donc f n'est pas paire.
• $f(-1) \neq -f(1)$ donc f n'est pas impaire.

4 Voici dans le repère ci-contre la courbe représentative $\mathscr{C}$ de la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par :
$$g(x) = -x^3 + 1.$$



a. Lire les images de 1 et de -1 par g.
b. Que peut-on en déduire pour la parité de la fonction g ?
c. Comment aurait-on pu retrouver ce résultat graphiquement ?

a. $g(1) = 0$ et $g(-1) = 2$.
b. • $g(-1) \neq g(1)$ donc g n'est pas paire.
• $g(-1) \neq -g(1)$ donc g n'est pas impaire.
c. $\mathscr{C}$ n'est pas symétrique par rapport à l'axe des ordonnées ni par rapport à l'origine du repère donc g n'est ni paire ni impaire.

★★

5 Terminer les tracés des courbes $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ représentatives de deux fonctions f et g définies sur $[3;3]$ sachant que la fonction f est paire et que la fonction g est impaire.